

# *Estadística de Valors Extremes i Gestió del Risc*

*Servei d'Estadística de la UAB*

Joan del Castillo

15 de març de 2018

# *Resum*

- ★ Incertesa en el paradigma EVT.
- ★ Teoria fonamental: dels orígens a l'actualitat (*evir*).
  - Distribució del màxim (GEV). Fisher-Tippet, Gumbel.
  - Distribució sobre un llindar (GPD). Teorema de PBdH.
- ★ Peak over Threshold (PoT).
- ★ Threshold selection. CV-plot (*ercv*).
- ★ Riscos finances, perill o atzar ? CVaR. Pitfalls.
- ★ Un punt mig: Huracans.
- ★ Teoremes: distribució asimptòtica i transformacions.
- ★ Danish fire insurance losses amb tècniques de *ercv*.

# *Extreme Value Theory (EVT)*

- ★ Els valors extrems per definició són **escassos** i sovint les aplicacions requereixen estimacions del nivell d'un procés més grans dels que ja s'han observat. La EVT proporciona els millors models per tal d'**extrapolar** a partir de les observacions.
- ★ La EVT es basa en extrapolar a partir d'uns models **asimptòticament correctes** amb unes observacions necessàriament finites.
  - Així, des del començament cal ser conscients de les limitacions implícites en l'adopció del paradigma de la EVT.
- ★ Aquets punts emfatitzen la importància de un **desenvolupament Estadístic apropiat** basat en:
  - Màxima versemblança (vàlid també en mostres petites).
  - Quantificació de la incertesa (sovint oblidat).
  - Validació del model (contrastant diversos enfocaments) .
  - Maximitzar la informació disponible.

# *Es pot extrapolar ?*

- ★ *As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain, as far as they are certain, they do not refer to reality. A. **Einstein**.*
- ★ *Essentially all models are wrong, but some one are usefull. G. **Box***
- ★ *No podem saber amb certesa que passarà. La ciència simplement utilitza teories contrastables empíricament, que no siguin rebutjades per les observacions.*
- ★ *The unity of all science consist alone in its method, not in its material. K. **Pearson**.*

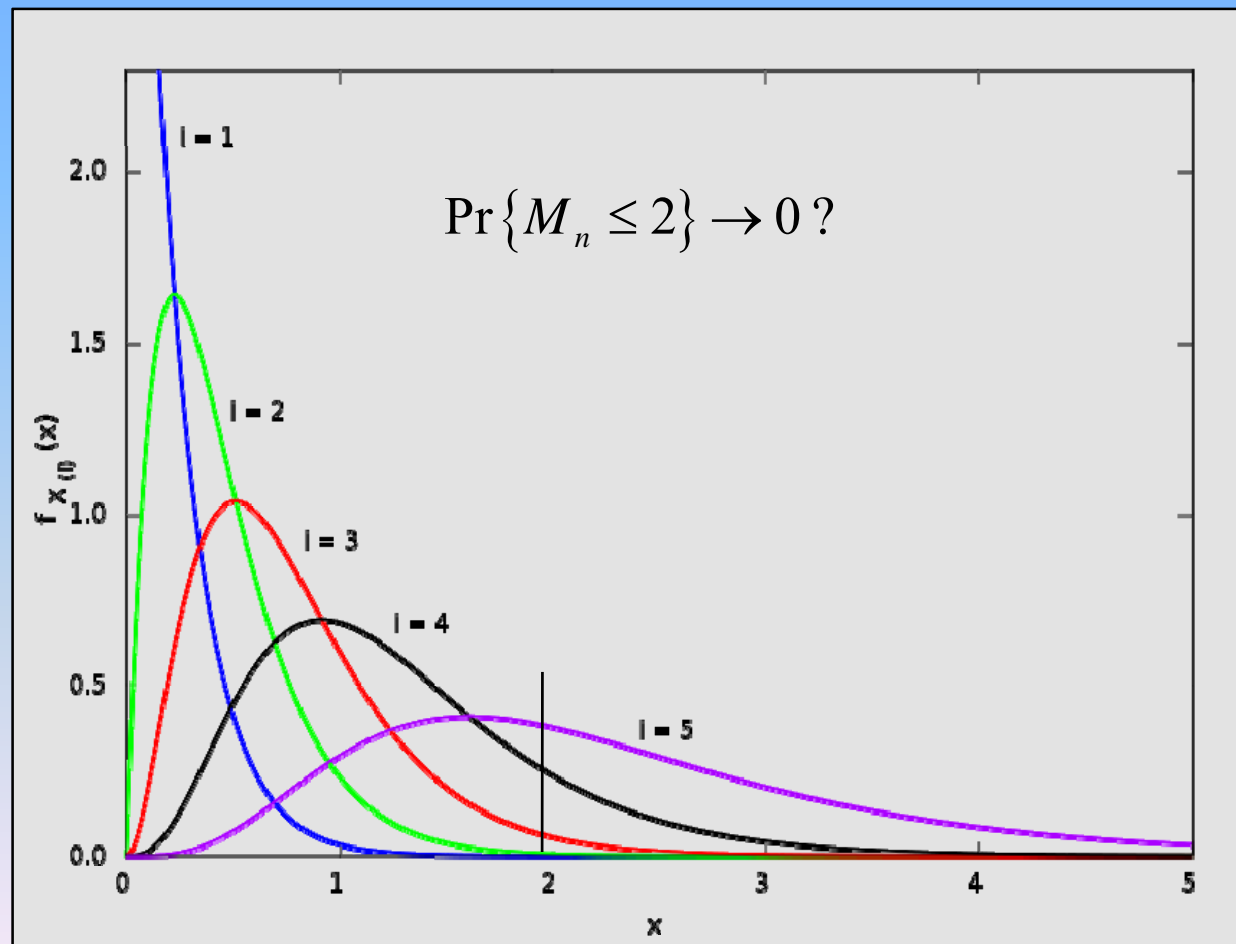
# *Origens de la EVT*

- ★ The field of extreme value theory was pioneered by Leonard **Tippett** (1902–1985). Tippett was employed by the British Cotton Industry Research Association, where he worked to make cotton thread stronger. In his studies, he realized that the strength of a thread was controlled by the strength of its weakest fibres.
  - ★ With the help of R. A. **Fisher**, Tippett obtained three asymptotic limits describing the distributions of extremes (1928).
  - ★ Emil Julius **Gumbel** codified this theory in his (1958) book *Statistics of Extremes*, including the Gumbel distributions that bear his name.
- Wikipedia*
- ★ **Von Misses** (1892-1975), economista de l'escola de Viena, que feu carrera als USA, va caracteritzar els dominis d'atracció i va unificar els tres models en la *generalized extrem value distribution* (GEV).

# Màxims de l'exponencial

$$F_M(x) = F(x)^n$$

$$\bar{F}_m(x) = \bar{F}(x)^n$$



# *Teorema de Fisher-Tippett (1928)*

- ★ Teorema. Els possibles límits no degenerats del màxim o el mínim (excepte posició i escala) són els que tenen funcions de distribució:

$$\text{Fréchet: } \phi_{\alpha}(z) = \exp(-1/z^{\alpha}), \quad z \geq 0, \alpha > 0$$

$$\text{Weibull: } \psi_{\alpha}(z) = \exp(-|z|^{\alpha}), \quad z \leq 0, \alpha > 0$$

$$\text{Gumbell: } \Lambda(z) = \exp(-e^{-z})$$

- ★ Gumbel té decreixement exponencial, Fréchet polinomial, Weibull té suport acotat superiorment.

$$z = (x - a) / b$$

# Generalized extrem value (GEV)

- ★ Proposició: Podem unificar els tres models anteriors amb la GEV, amb funció de distribució.

$$H(x) = \exp \left[ - \left( 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)_+^{-1/\xi} \right]$$

Amb densitat:

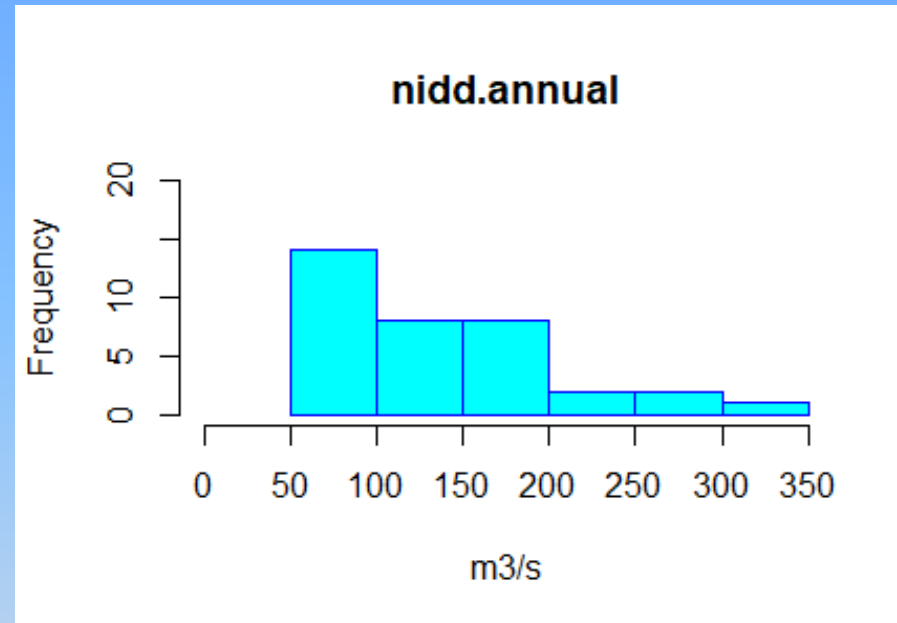
$$f_H(x) = \frac{H(x)}{\sigma} \left( 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-(1+\xi)/\xi}$$

quan  $1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0$ .

$\xi = 1/\alpha = \text{extreme value index (evi)}$



## Data set: “nidd.annual”



Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.  
**65.08 89.58 115.50 136.70 168.00 305.80**

The data consist of **35 annual maximum** by the River Nidd at Hunsingore Weir from 1934 to 1969. The source Flood Studies Report (Natural Environment Research Council, 1975). *From R package evir*

# Nivell de retorn amb MLE

Paràmetres estimats

evi	sigma	mu
0.321	36.15	103.12

$\alpha = 1/\xi = 3.12$  (tail index)

indica el nombre de moments finits

Error estàndard

evi	sigma	mu
0.218	6.603	7.617

$\hat{\xi} \pm 2se = (-0.115, 0.757)$   $\hat{\alpha} \approx 1.32?$

Fixat un risc petit  $p = 0.01$  s'anomena *periode de retorn* a  $1/p = 100$ .

El nivell de retorn  $z_p$  resol l'equacio  $H(z_p) = (1-p)$ .

$$z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[ 1 - \{-\log(1-p)\}^{-\xi} \right] & \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log \{-\log(1-p)\} & \xi = 0 \end{cases} \quad z_p = 483.85$$

$\xi = 1/\alpha =$  extreme value index (evi)

# *Fundamental theorems in EVT*

- ★ **Fisher & Tippett (1928)**. The limit for the normalized maximum of (iid) random variables is a member of the *generalized extreme value (GEV)* distribution.

$$H_{\xi}(x) = \exp \left\{ - \left( 1 + \xi x \right)_+^{-1/\xi} \right\}$$

- ★ **Pickands-Balkema-DeHaan (1975)**. The *generalized Pareto distribution (GPD)* is the canonical distribution for modelling **excess over high thresholds**.

$$G(x; \xi, \psi) \equiv 1 - \left( 1 + \xi x / \psi \right)_+^{-1/\xi}$$

$F \in D(H_{\xi})$  iff maxima sequence of normalized iid converge to  $H_{\xi}$

# Generalized Pareto Distribution (GPD)

- ★ Teorema (PBdH, 1975): Suposem que la distribució del màxim per a certa variable aleatòria és

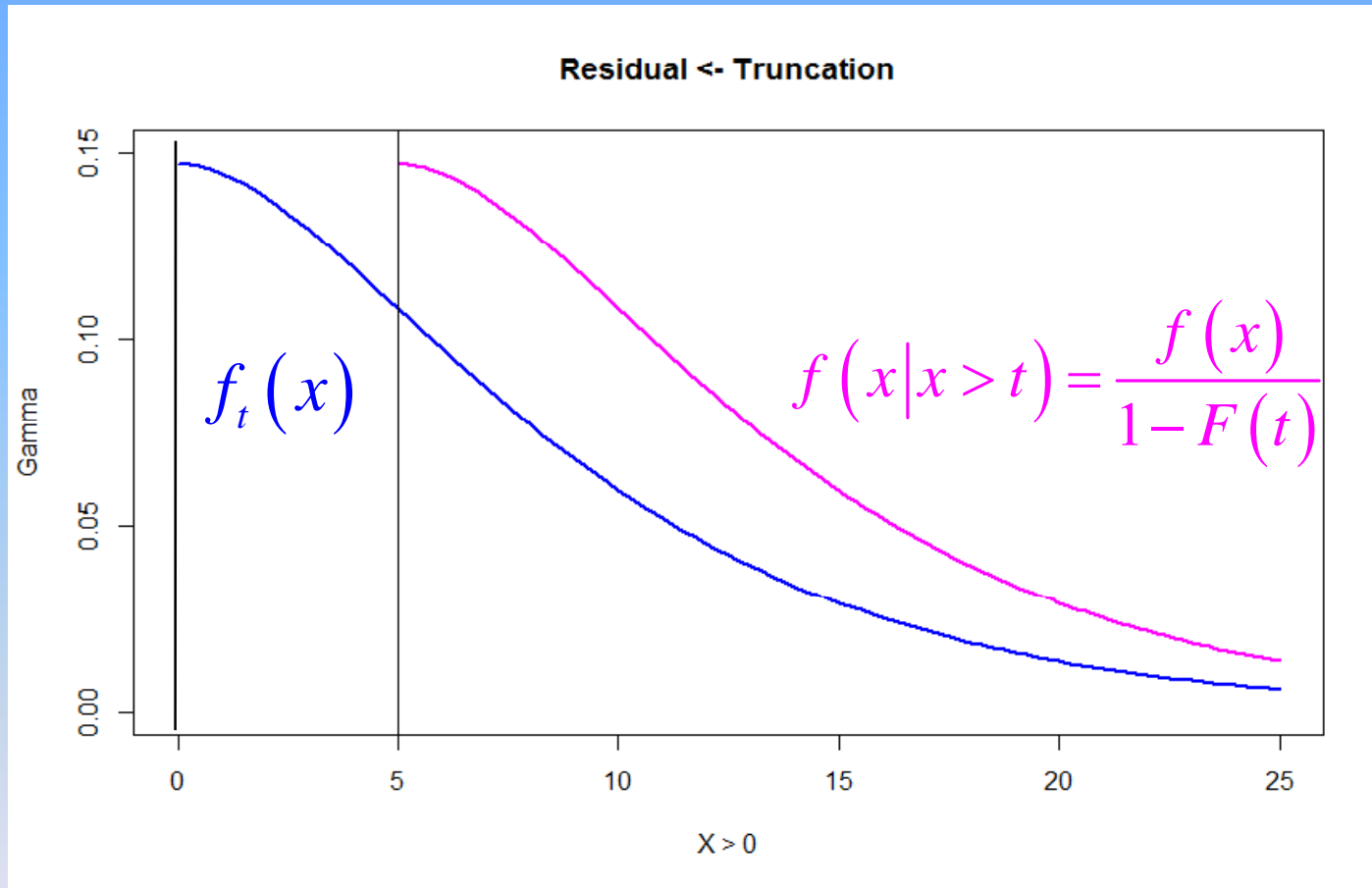
$$\Pr \{M_n \leq x\} \approx \exp \left[ - \left( 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)_+^{-1/\xi} \right]$$

Aleshores la distribució condicionada convergeix a GPD

$$(x - u | x > u) \approx \frac{\bar{F}(x + u)}{\bar{F}(u)} \rightarrow \left( 1 + \frac{\xi x}{\beta} \right)^{-1/\xi}$$

on  $\beta = \sigma + \xi(u - \mu)$ .

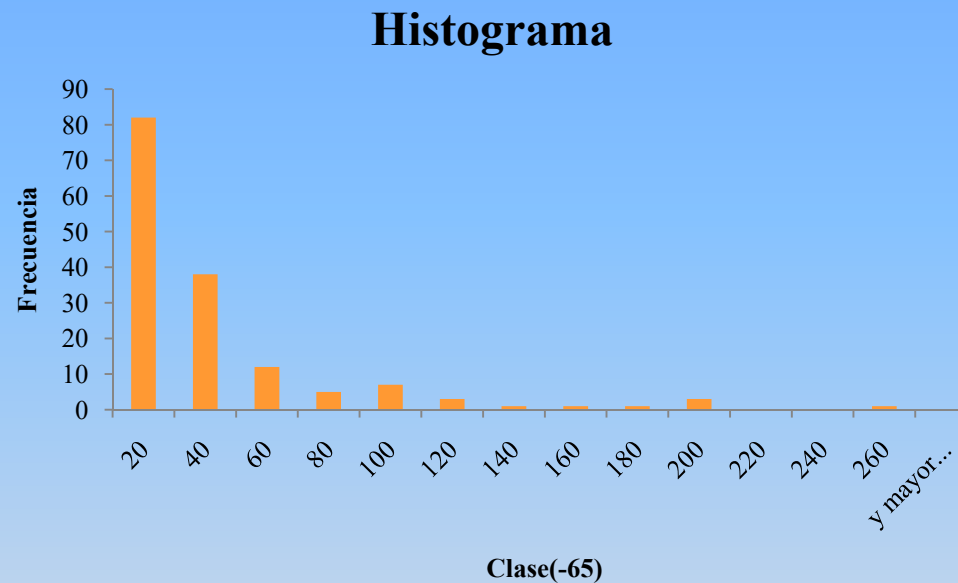
# *Distribució residual sobre un llindar*



$$(X - t | x > u) \approx f_t(x) \quad \Leftarrow \quad (X | x > t) \approx f(x | x > t)$$

# Data set: “nidd.thresh”

<i>Clase(-65)</i>	<i>Frecuencia</i>
20	82
40	38
60	12
80	5
100	7
120	3
140	1
160	1
180	1
200	3
220	0
240	0
260	1
y mayor...	0



The data consist of **154 exceedances** of the threshold level **65 m<sup>3</sup>/s** by the River Nidd at Hunsingore Weir from 1934 to 1969 (35 years). The source Flood Studies Report (Natural Environment Research Council, 1975), v. 4. The question is to decide if the tail is exponential or not.

# Fitting by exponential & Pareto

Nidd exceedances

$$Z_p = VaR_p = v \Leftrightarrow \Pr\{X > v\} = p \quad (0.01)$$

$$\hat{\alpha} = \xi^{-1} = 4.95$$

$$\sigma = 130$$

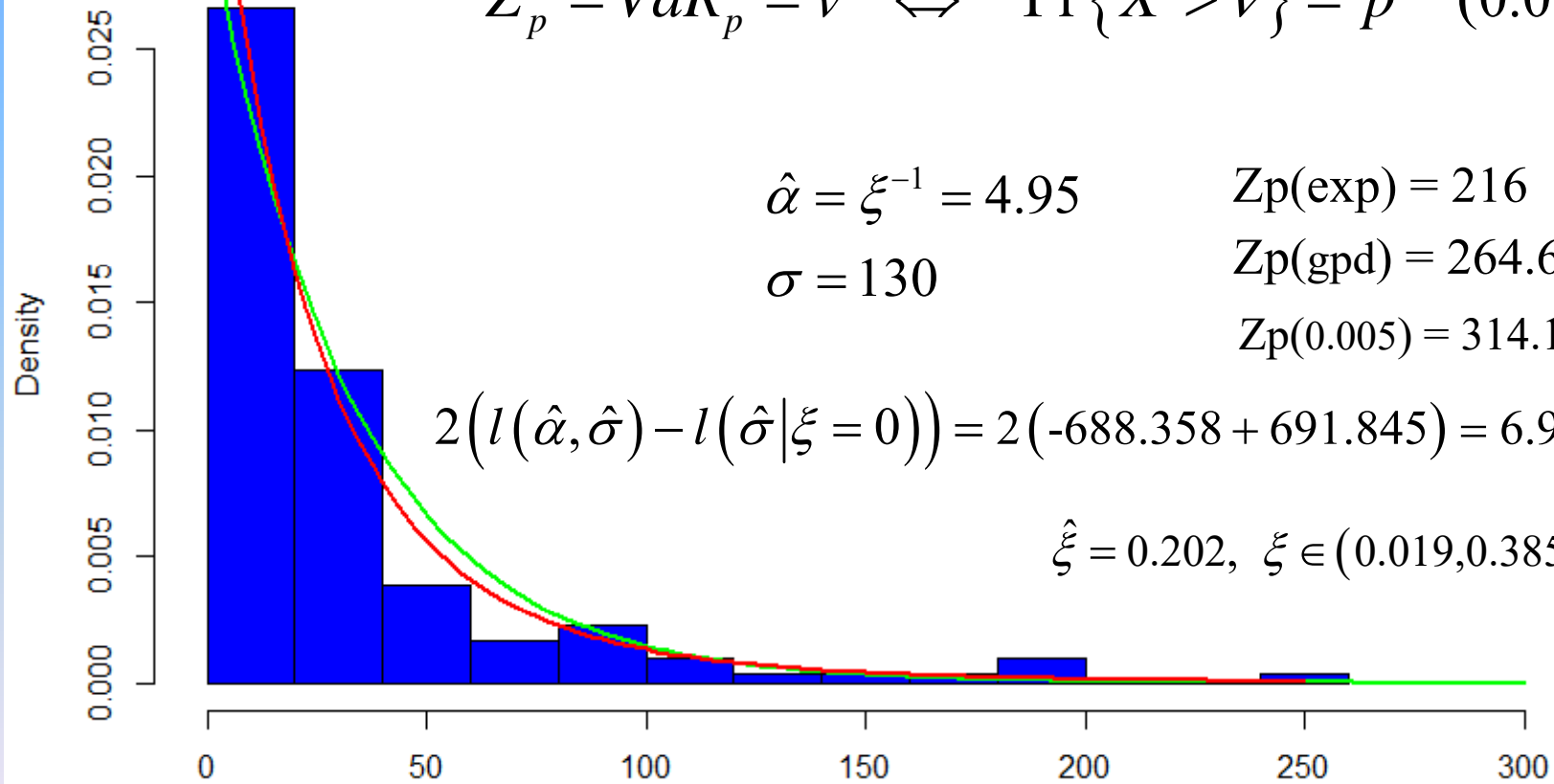
$$Z_p(\text{exp}) = 216$$

$$Z_p(\text{gpd}) = 264.62$$

$$Z_p(0.005) = 314.18$$

$$2(l(\hat{\alpha}, \hat{\sigma}) - l(\hat{\sigma} | \xi = 0)) = 2(-688.358 + 691.845) = 6.97^{**}$$

$$\hat{\xi} = 0.202, \quad \xi \in (0.019, 0.385)$$



$$Z_p(\text{GEV}) = 483.85$$

(X-65) m3/s

$$\text{Max} = 305.75$$

# *EVIR: Teoria fonamental*

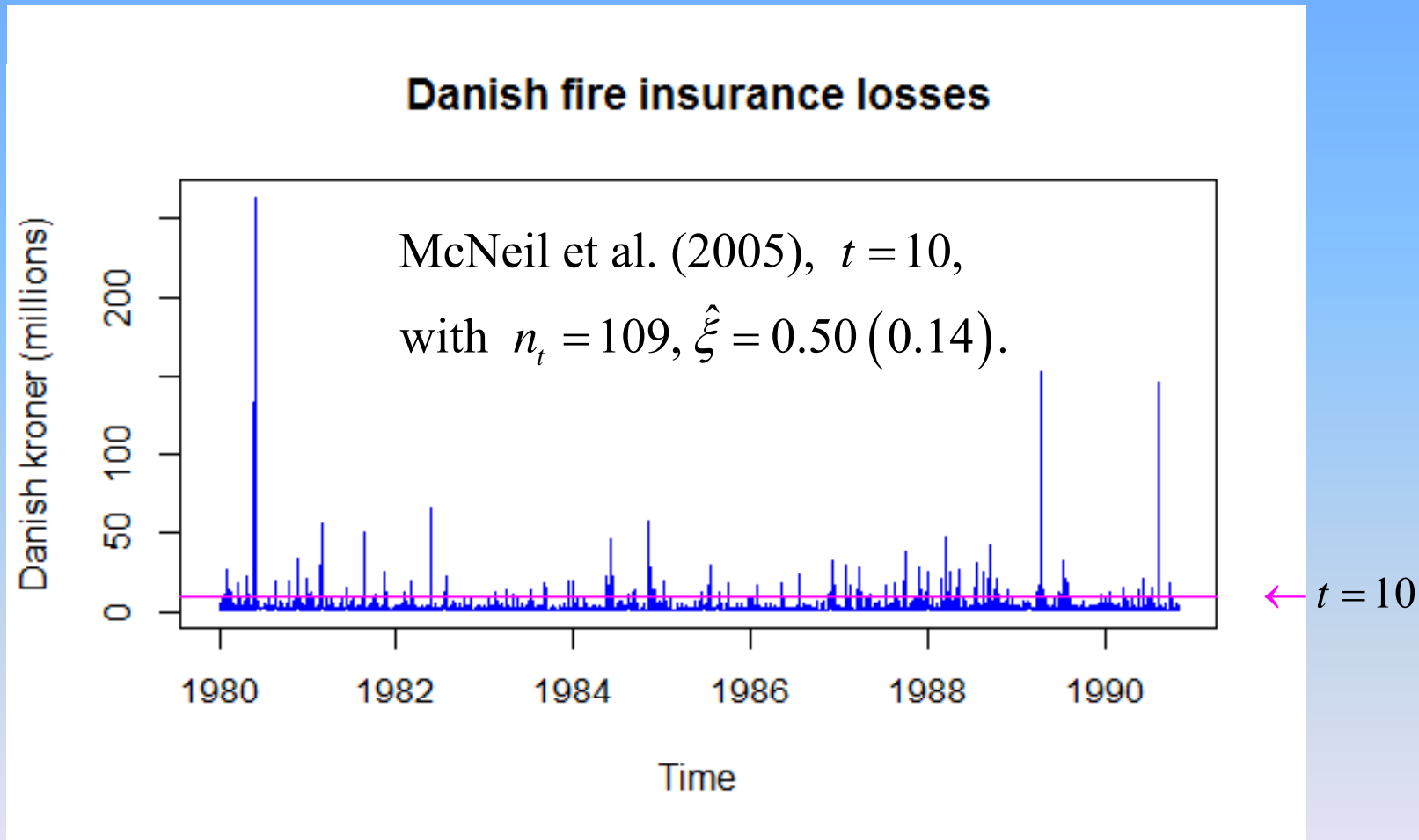
emplot	#Plot of Empirical Distribution Function.
findthresh	#Find Threshold.
gev	#Fit Generalized Extreme Value Distribution.
gpd	#Fit Generalized Pareto Model.
gpd.q	#Add Quantile Estimates to plot.gpd.
gpd biv	#Implements Bivariate POT Method.
gumbel	#Fit Gumbel Distribution to block maxima data.
hill	#Create Hill Plot.
meplot	#Sample Mean Excess Plot.
nidd.annual	#The River Nidd Data. 35 observations.
nidd.thresh	#The River Nidd Data. 154 observations.
qplot	#Exploratory QQplot for Extreme Value Analysis.
quant	#Plot of GPD Tail Estimate of a High Quantile.
records	#Calculate Record Development.
shape	#Plot for GPD Shape Parameter.
spto87	#SP Return Data to October 1987.



# *Algunes qüestions*

- ★ Màxims o excedents sobre un llindar ?
  - En general hi ha més informació en els excedents.
  - Si no hi ha altre informació emprarem els màxims.
  - Si hi ha estacionarietat o dependència els màxims més robustos.
- ★ Amb informació exhaustiva podem fer blocs ?
  - Potser sí, però hi ha la imprecisió de la mida del bloc.
  - Escollir el llindar també porta imprecisió dels paràmetres.
- ★ Escollir el bloc o el llindar són problemes similars.
  - Llindar baix (bloc gran) no arribem al límit. Biaixos.
  - Llindar alt (bloc petit) poca mostra. Variàncies grans.
- ★ Equivocar-se entre cua pesada o lleugera és un problema greu.

# *Danish fire losses (1980-1990)*



Embrechts, Kluppelberg, and Mikosch (1997). Resnick (1997).  
McNeil, Frey and Embrechts (2005). ( $n = 2156$ , iid over  $t = 1$ )

# *Peak over Threshold (PoT)*

- ★ L'aplicació pràctica de la teoria *Threshold exceedance* depèn de tres passos (Smith, 1987):
- ★  $EVT = PoT + Plot + GPD$ .
  - PoT. Splitting the sample into two parts. GPD at tail.
  - GPD: Pickands-Balkema-DeHaan Theorem.
  - Select the threshold: Hill-plot, ME-plot, **CV-plot**.
- ★ És especialment important per a les aplicacions determinar el *llindar* on comença la cua i distingir entre cues *polinòmiques* i *exponencials*.

# Threshold selection

★ Hill-plot:  $x_{r,n} \rightarrow \left( \frac{1}{n-r} \sum_{i=1}^{n-r} \log(x_{r+i,n} / x_{r,n}) \right)^{-1} > 0$

- Estimador consistent de evi. ( $0 < \xi$ )
- Sempre dona estimacions de evi positiu

★ ME-plot:  $t \rightarrow me(t) = \text{mean} \{x_j - t \mid x_j > t\}$

$0 < \xi < 1, \xi < 0$  or  $\xi = 0$ .

- *linear* with positive, negative or zero slope depending on whether

★ CV-plot:  $t \rightarrow cv(t) = \text{sd} \{x_j - t \mid x_j > t\} / \text{mean} \{x_j - t \mid x_j > t\}$

is "approximately" constant for *GPD* (1 for exponential). ( $\xi < 1/2$ )

Hill-plot ( $\xi > 0$ ), ME-plot ( $\xi < 1$ ), CV-plot ( $\xi < 1/2$ )

$$CV\text{-Plot} \quad t \rightarrow CV(t) = CV(X_t) = \sqrt{V(X_t)} / E(X_t)$$

- ★ Gupta & Kirmani (2000) show that: ( $\xi < 1/2$ )

$$X \approx GPD \Leftrightarrow CV(t) = CV(X_t) \text{ is constant.}$$

- ★ Then, empirically, given a sample:

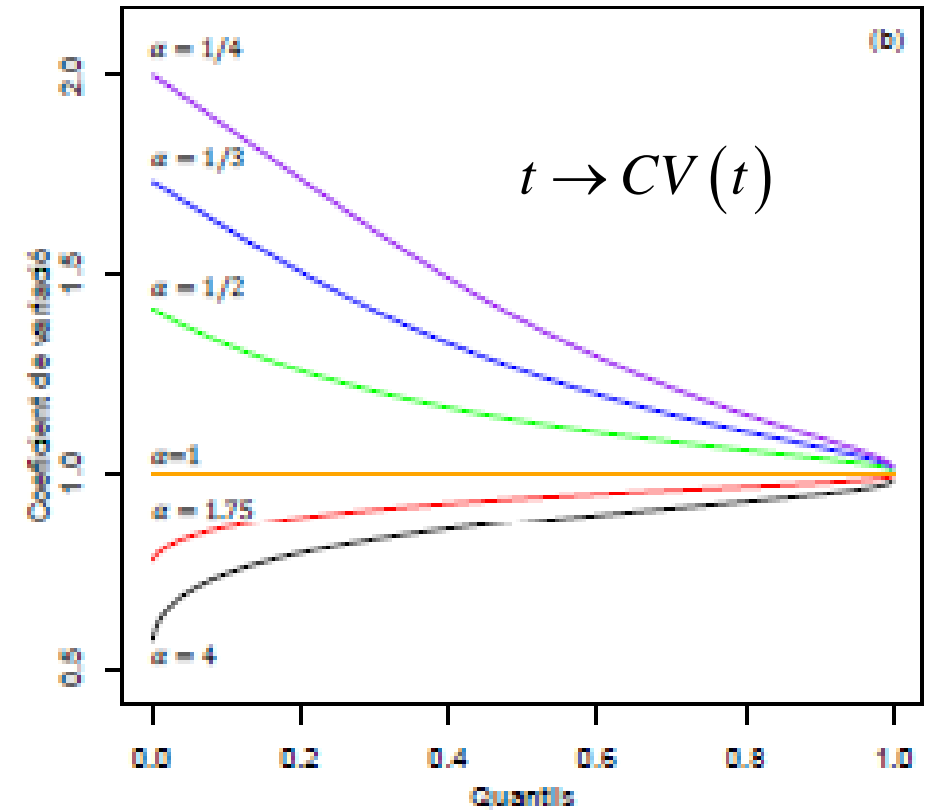
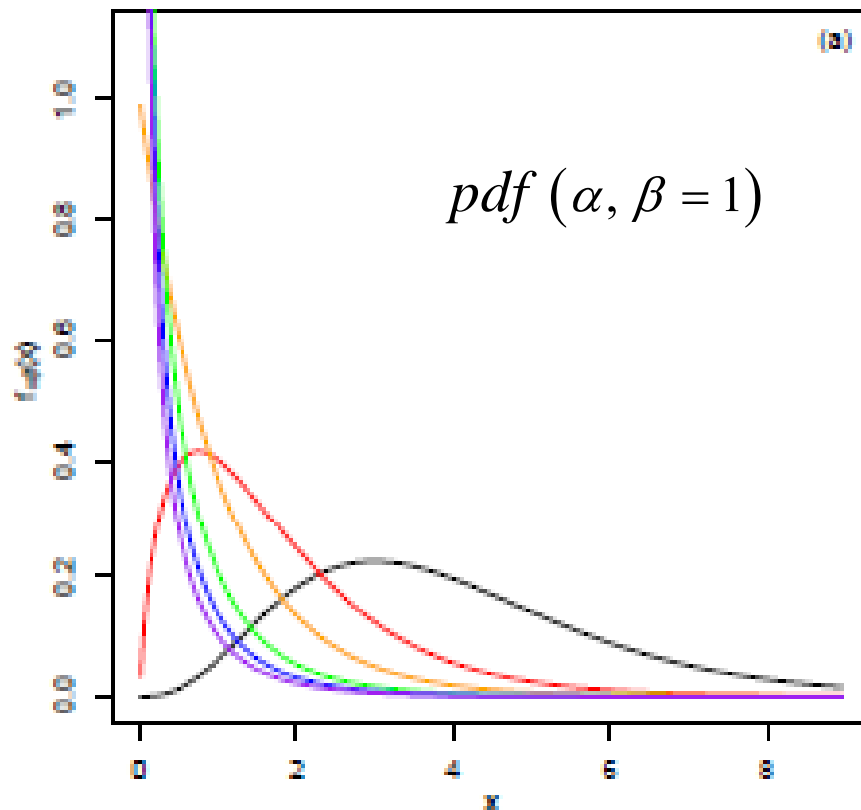
$$t \rightarrow cv(t) = sd \{x_j - t | x_j > t\} / mean \{x_j - t | x_j > t\}$$

is "approximately" constant for *GPD* (1 for exponential).

- ★ The CV-plot has **two** advantages over ME-plot: it does not depend on the scale parameter and detecting constant functions is easier than linear functions.
- ★ The uncertainty is essentially reduced from **three to one single parameter**.

# Residual CV gamma distribution

CV does not depend on scale

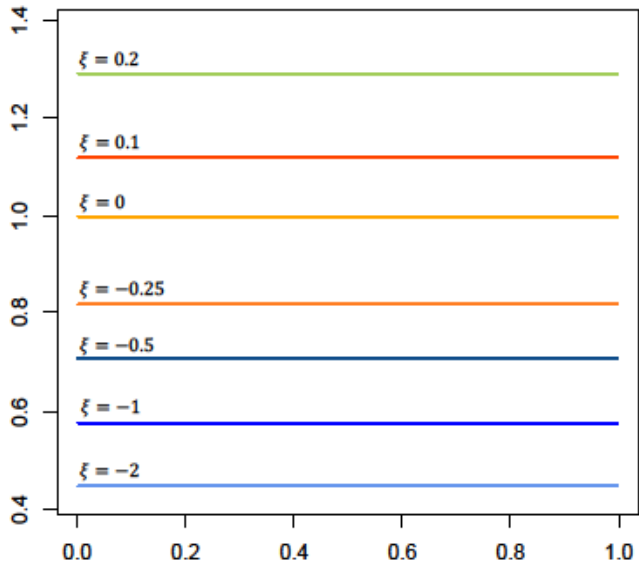


$$t \rightarrow CV(t) = \sqrt{V(X_t)} / E(X_t)$$

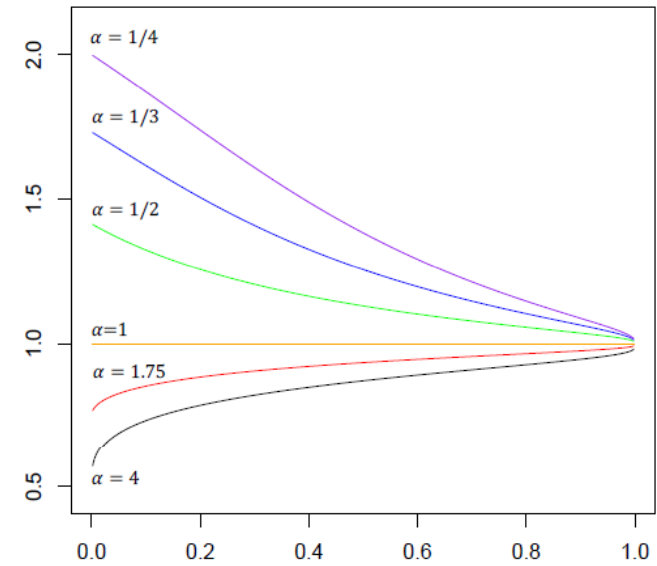
# Residual CV

$$t \rightarrow CV(t)$$

(a) GPD distribution

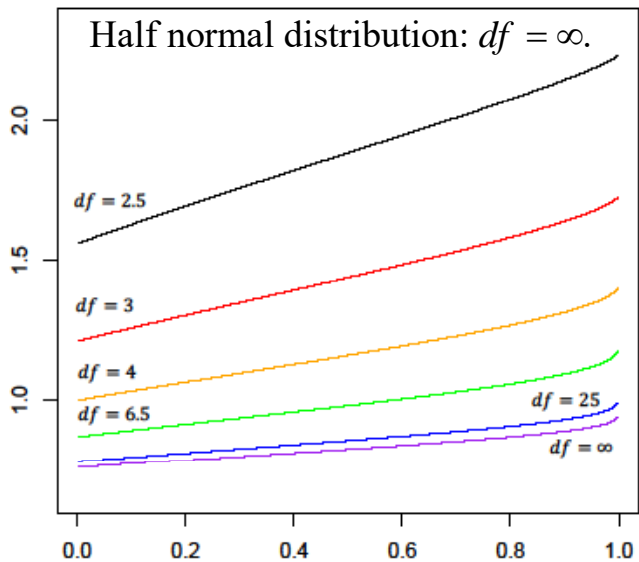


(b) Gamma distribution

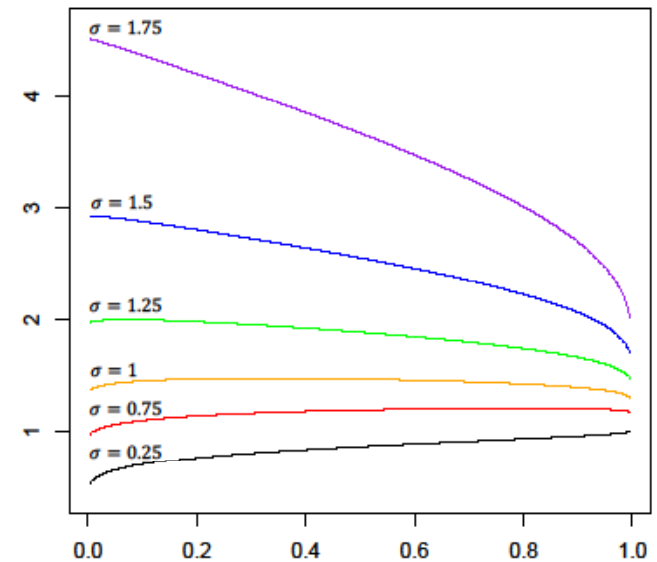


$CV(X_t)$  constant iff GPD.

(b) Abs. val. Student-t distribution

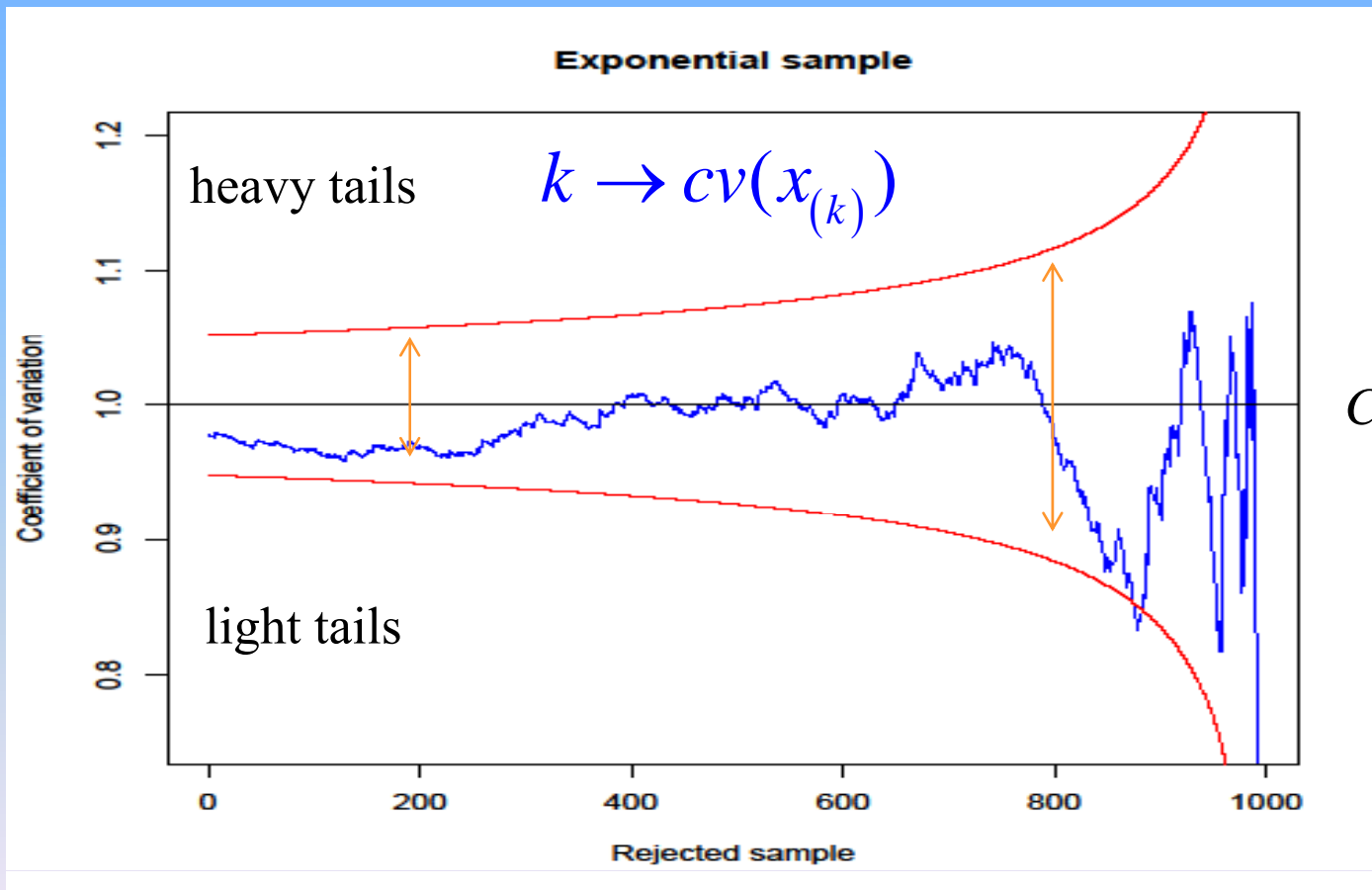


(a) Log-normal distribution



CV does not depend on scale

# CV-plot: Exponential sample

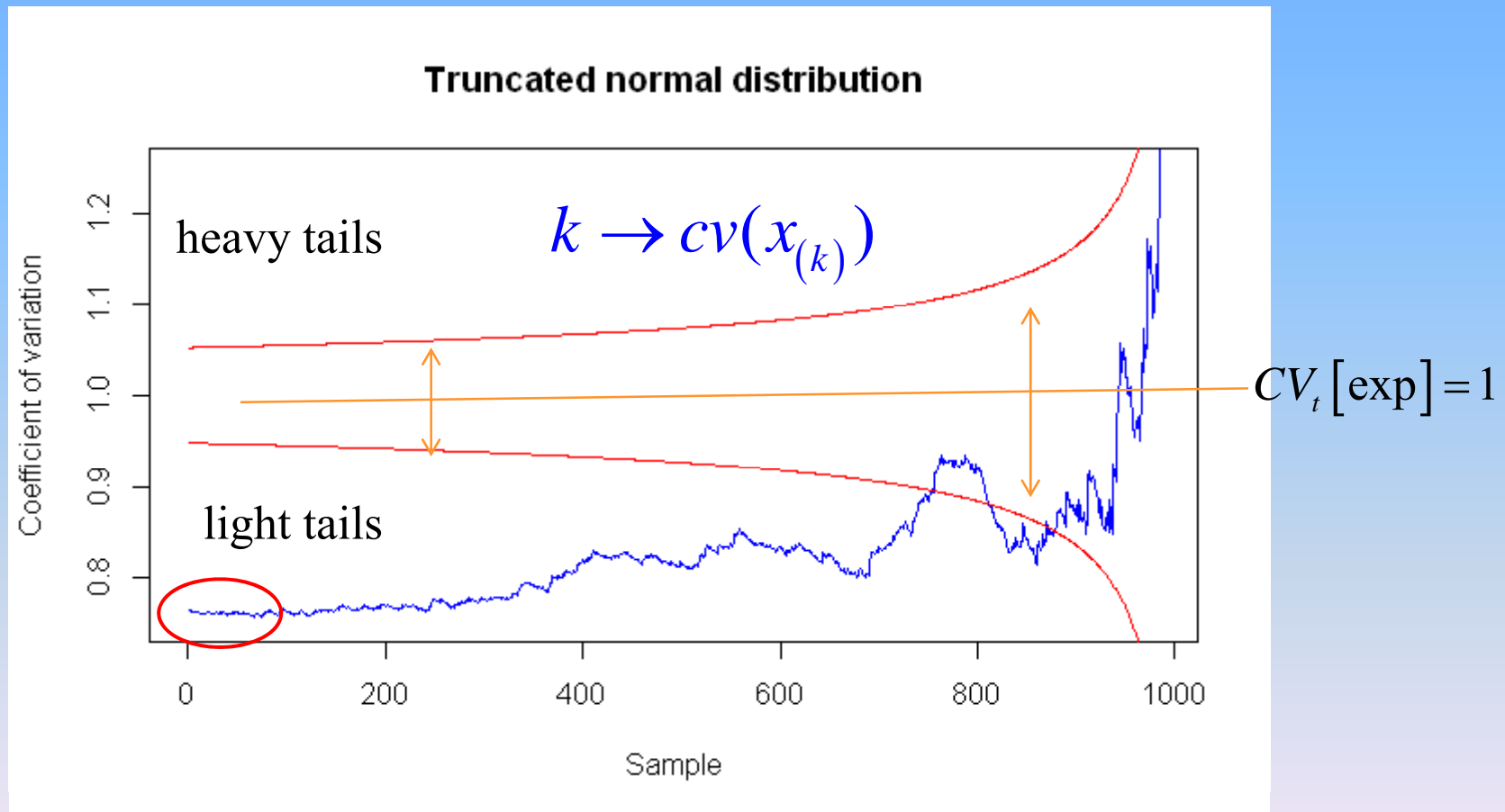


$$t \rightarrow cv(t) = sd \left\{ x_j - t \mid x_j > t \right\} / mean \left\{ x_j - t \mid x_j > t \right\}$$



*Half-normal:*

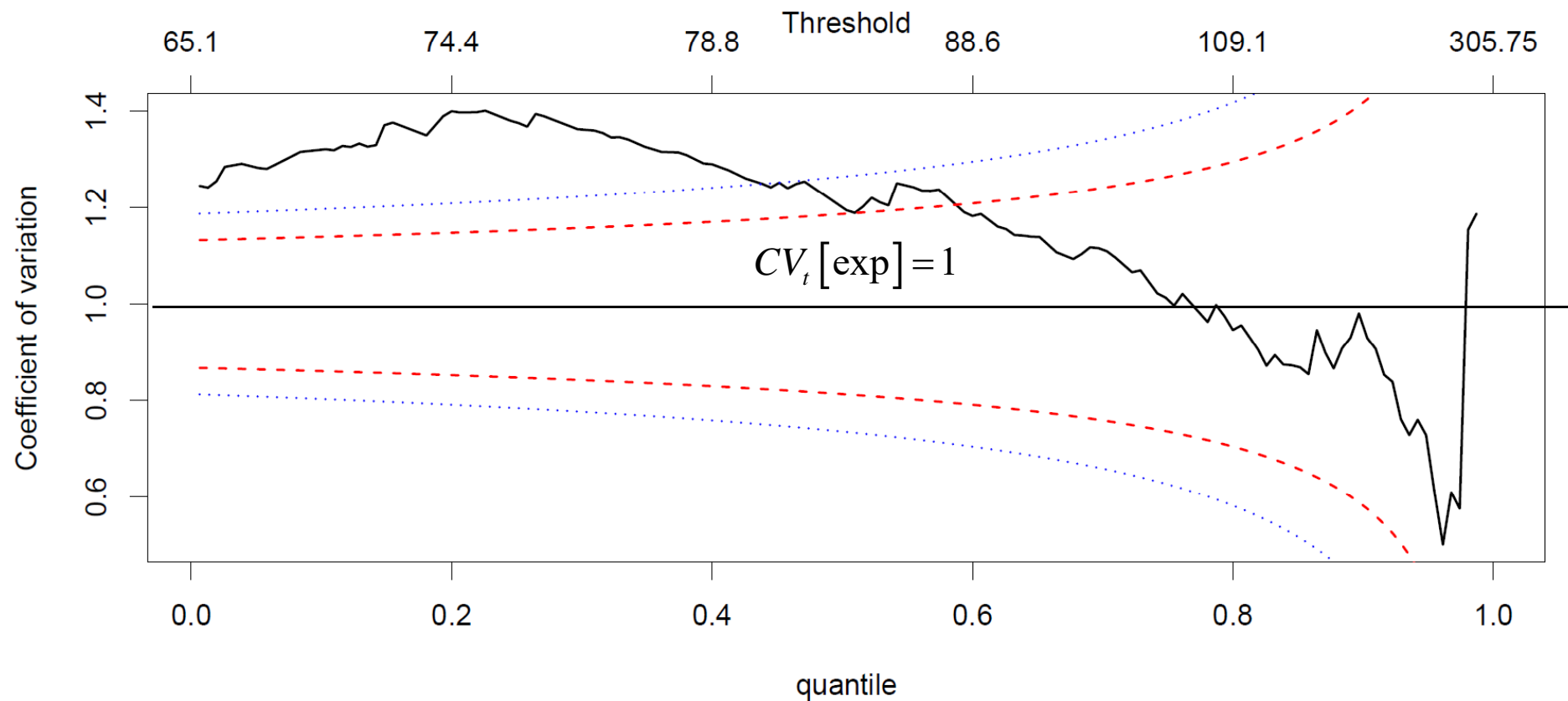
$$CV[\text{h-nor}] = \sqrt{\frac{\pi - 2}{2}} \approx 0.7551.$$



Pickands-Balkema-DeHaan  $\Rightarrow F_t(z) \rightarrow \text{Exp}(\psi), \quad t \rightarrow \infty$

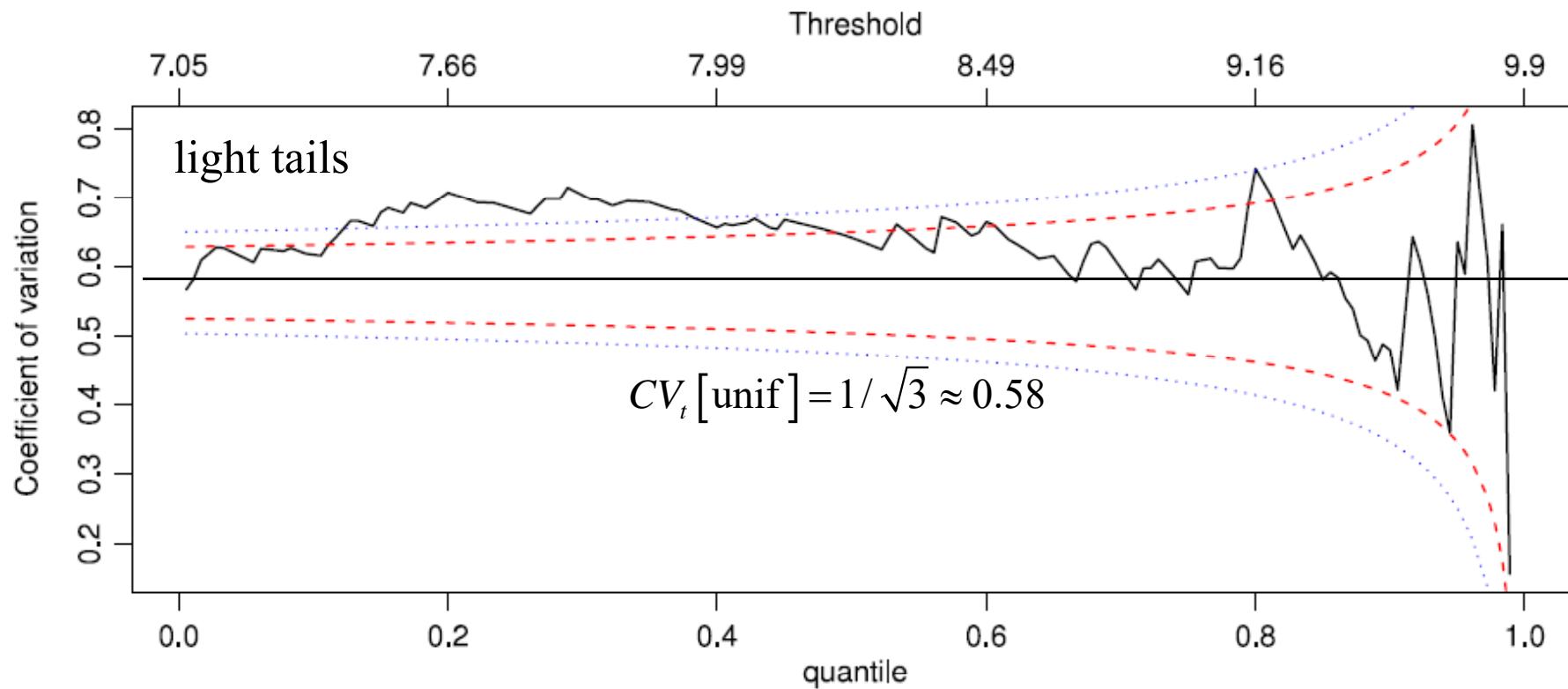
# *Nidd exceedance*

Cues exponenciales



# *Bilbao waves data*

Cues uniformes



# *Metodologia ERCV*

1. Anàlisi exploratori de dades (**cvplot**).
2. Estimació i diagnòstic (**Tm**).
3. Selecció automàtica del llindat (**thrselect** ).
4. Transformació de cues pesades a lleugeres (**tdata**).
5. Ajust dels paràmetres per a PoT (**fitpot** ).
6. Dibuix de la funció de supervivència (**ccdfplot**).
7. Càlcul del VaR (**qpot**) i avaluar altes probabilitats (**ppot**).
8. Equivalència cv-evi (**cvevi**, **evicv**).
9. Interval de confiança pel índex del valor extrem (**cievi**).

**R Package: Empirical Residual Coefficient of Variation (*ercv*)**

# *Risc: probabilitat, perill o atzar ?*

- ★ Risc : **Probabilitat i magnitud**,  
amb conseqüències adverses pels homes o el medi ambient.
  - *hazard* és a la vegada perill, risc i probabilitat.
- ★ Els models bàsics de les finances es fonamenten en la distribució normal (i en d'altres llocs també).
  - Les hipòtesis són grollerament poc realistes. Moltes proves empíriques ho mostren clarament.
- ★ Els especialistes en valors extrems aporten els seus models, amb cues pesades.
- ★ Els professionals de les finances els apliquen i resulta que per assegurar un banc es necessita el PIB dels USA.
- ★ El resultat és que es segueix treballant amb la distribució normal...
- ★ Contrast entre optimistes i pessimistes (professionals).

# *Diebold, Schuermann and Stroughair*


- ★ Pitfalls and opportunities in the use of Extreme Value Theory ...(1998)

*A reading of the EVT literature reveals a sharp and unfortunate **contrast** between the probability theory and the statistical theory. First is elegant and rigorous and voluminous, whereas the statistical theory remains primitive and skeletal in many aspects.*

- ★ Clauset, Shalizi and Newman (2009). Power-Law Distributions in Empirical Data. *Twenty-four* real-world data sets are analysed.

# *Risk definitions, BIS-2005*

Bank for International Settlements



Marked risk	The risk of losses in on and off-balancesheet positions arising from movements in market prices.
Credit risk	The risk that the counterparty to a transaction could default before the final settlement of the transaction's cash flows.
Oper. risk	The risk of loss resulting from inadequate or failed internal processes, people and systems or from external events.

Basel Committee on Banking Supervision

# *Interès en les cues: El VaR*

## ★ Requeriments de capital (RiskMetric)

$$\text{VaR}(\alpha, n) = v \Leftrightarrow \Pr\{\text{perdidas} > v\} = \alpha$$

- Els reguladors utilitzen:  $(1 - \alpha) = 99\%$ ,  $n = 10$  dies
- Bankers Trust utilitza un 99%, Chemical i Chase un 97'5%, Citibank un 95'4% i
- J.P.Morgan i Bank America utilitzen un 95%.

## ★ Valors extrems

- Per a les opcions són causats pel risc de *mercat*.
- Pels bons són causats pel risc de *crèdit*.
- No oblidem el risc *operacional*. VaR 1 year, 99.9.



# *Mandelbrot observations*

## (1924-2010)

### ★ Daw Jones 1916-2003

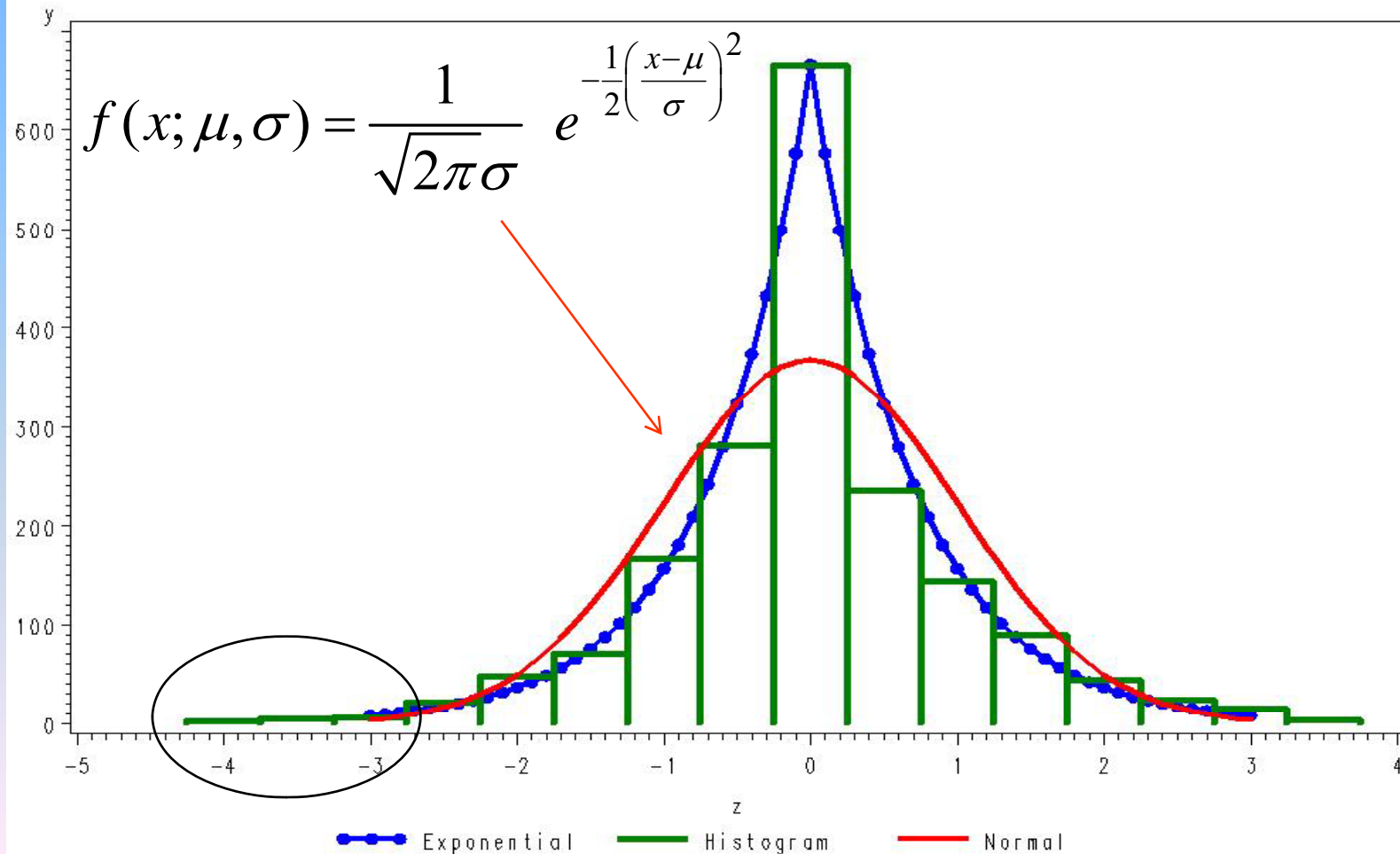
more than	Expected	Observed
3.40%	58	1001
4.50%	6	366

- ★ More than 7% expected: once in every 300,000 years.
  - In the 20th century it did so 48 times.
- ★ Risk are higher than assumed !
- ★ Risk needs quintiles (order statistics).
  - Pricing needs Expectation and simulation works easily.
  - Less data needs more models...

# Histogram (euro/dollar, 1999-03)

*Risc de mercat*

Curtosi positiva



# *Operational risk losses*

## ★ Examples:

- Barings Bank (1995): \$ 1.33 bn.
- London Stock Exchange (1997): \$ 630 m.
- Bank of New York (2001): \$ 242 m.
- Société Générale (2008): \$ 6.7 bn.

## ★ How to measure (Basel-II):

- VaR. 1 year. 99.9%
- Nick Leeson, lost £827 million (\$1.3 billion).
- Jérôme Kerviel.

# *Expected Tail Loss (Exp. Shortfall)*

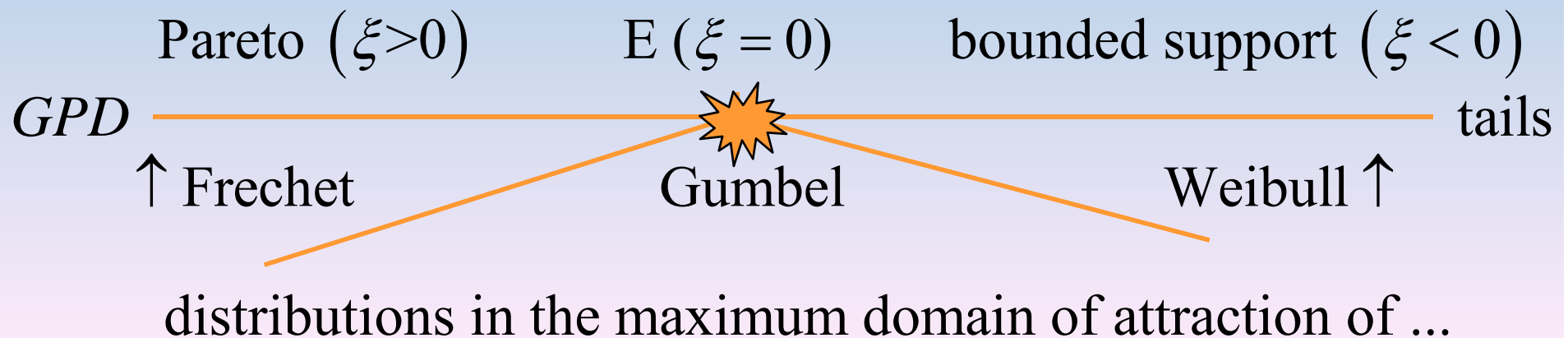
- ★ Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath (1999)  
"Coherent Measures of Risk." *Mathematical Finance*  
9, 203-228.

$$CVaR_{\alpha} = E \left[ L \mid L \geq VaR_{\alpha} \right] = \mu + \sigma \frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)}$$

- ★ El VaR ens diu el màxim que podem esperar perdre si no es produeix un esdeveniment extrem, i l'ETL ens diu què podem esperar perdre si es produeix un tal esdeveniment extrem.
- ★ Basel Committee on Banking Supervision (2016).
  - Expected Shortfall (**ES**) substitueix en VaR.
  - És subaditiu i convex.

# *The exponential distribution*

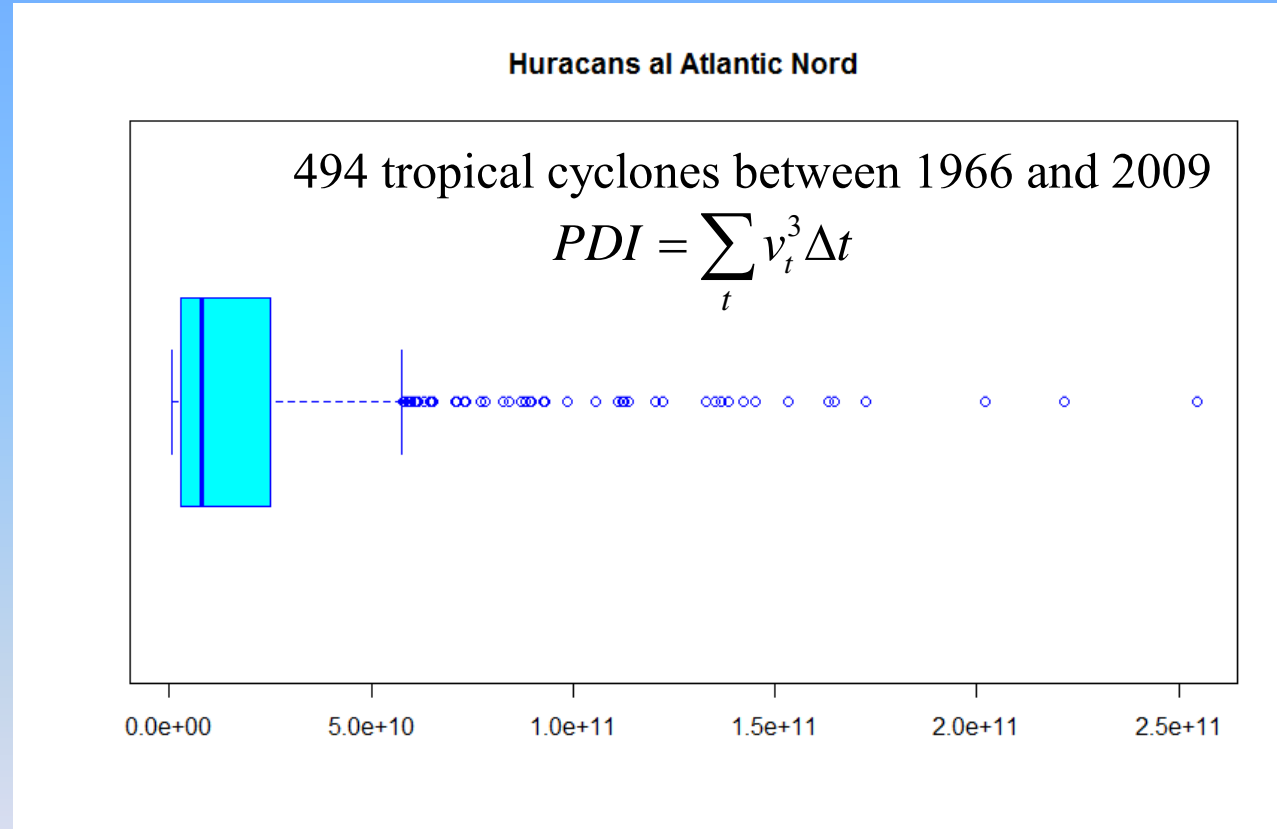
- ★ La distribució exponencial es troba en el límit entre les distribucions de cues pesades i les de cues lleugeres.
- ★ Distribucions molt diferents, des de la normal fins a la log-normal, tenen cues exponencials.
- ★ L'Exponencial és només un punt de GPD (prob. = 0).



# TROPICAL CYCLONE

- ★ Els huracans es troben entre les principals causes de les pèrdues més cares de les assegurances a tot el món. El dany mitjà anual d'huracans en els Estats Units continentals és aproximadament \$15 mil milions, vegeu Pielke et al. (2008).
- ★ Els ciclons del hemisferi nord es generen en els oceans Atlàntic i Pacífic entre els 5° y 15° de latitud i es desplacen cap a l'oest. Es presenten durant el temps càlid, quan les temperatures del mar són de l'orde de 26° C.
- ★ El potencial destructiu depèn de la **velocitat màxima** sostinguda en superfície. També depenen de la riquesa, la densitat de població i la vulnerabilitat de les costes de la zona afectada.
- ★ Estudiem la distribució de l'energia alliberada per 494 ciclons tropicals a l'Atlàntic Nord entre 1966 i 2009 a través del the *power dissipation index (PDI)*.

# North Atlantic tropical cyclones

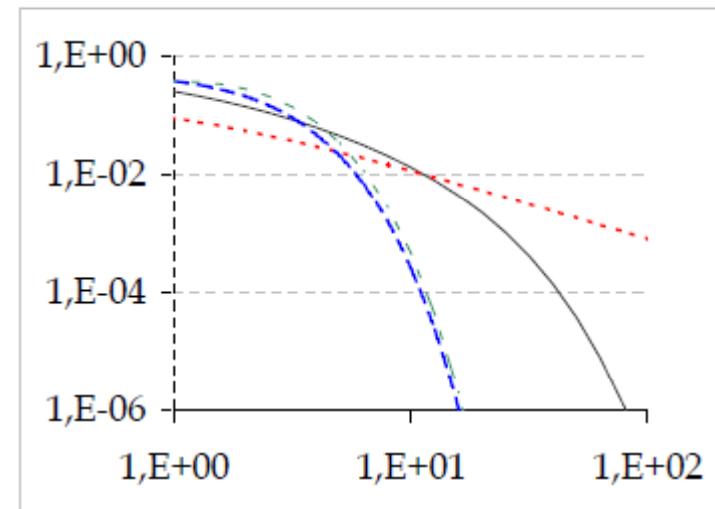
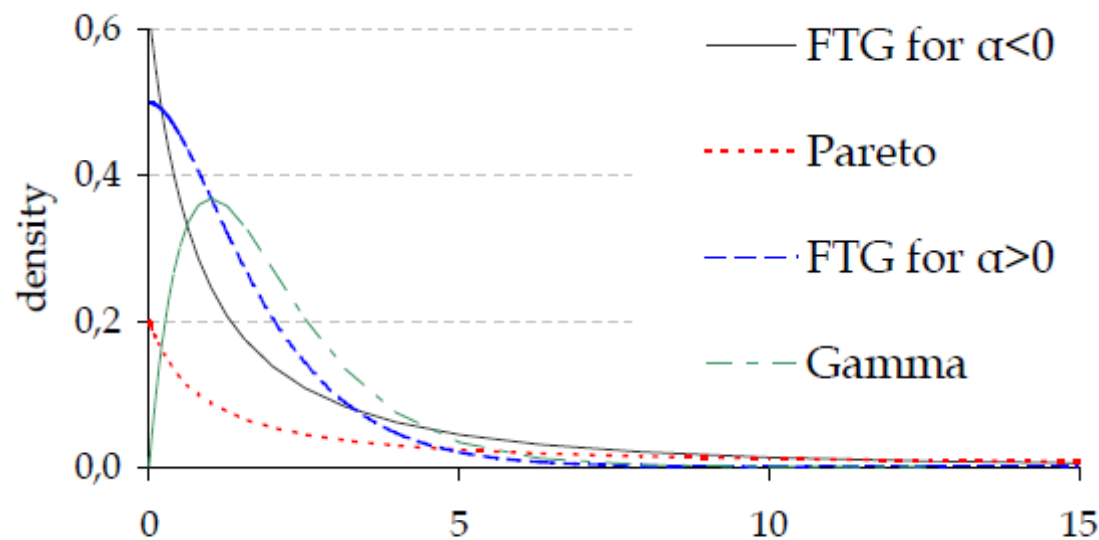


# Full Tails Gamma distribution

- ★ The **FTG** is the simplest exponential dispersion model containing the Pareto and exponential distribution, defined by

by

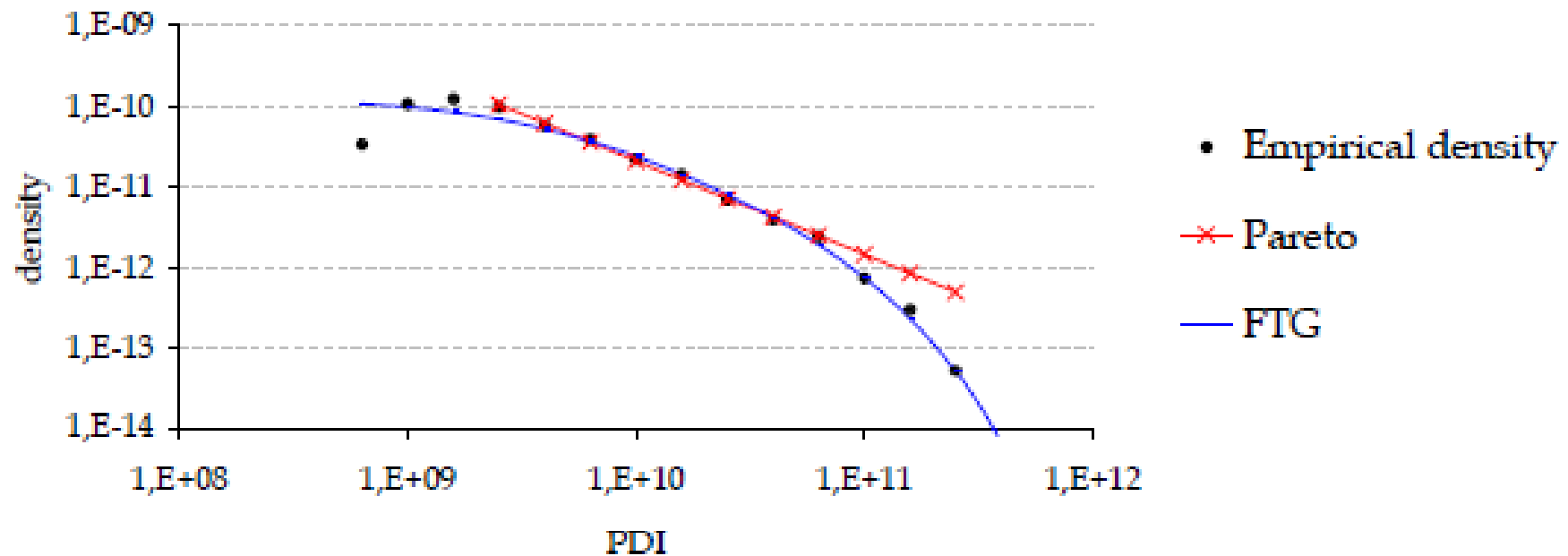
$$f(x) = \theta^{\alpha-1} (\rho + \theta x) \exp(-(\rho + \theta x)) / \Gamma(\alpha, \rho)$$





# *FTG pels ciclons del Atlantic nort*

North Atlantic tropical cyclone between 1966 and 2009



El model s'havia dissenyat pel risc operacional.

Una explicació del fet pot venir dels límits del oceà atlàntic.

# Asymptotic theory and inference

★ Theorem. Let  $X$  be a random variable with *exponential* distribution of mean  $\mu$  and let  $n(t) = \sum 1_{(x_j > t)}$  then  $t \rightarrow \sqrt{n(t)}(cv_n(t) - 1)$  converges weakly, to a Gaussian process with zero mean and covariance function given by

$$\exp(-|t - s|/(2\mu))$$

★ In particular per a tot  $t$ :  $\sqrt{n(t)}(cv_n(t) - 1) \rightarrow N(0, 1)$

$$\text{Then: } n(t)(cv_n(t) - 1)^2 \approx \chi_1^2 \Rightarrow T_K = \sum_{k=1}^K n(t_k)(cv_n(t_k) - 1)^2$$

# *Selecció automàtica del llindar*

- ★ Testing for  $GDP(\xi)$  simultaneously using  $m$  thresholds.
- ★ *Algorithm avoids subjectivity* to the limit of the number of thresholds  $m$ , as large as necessary for applications.
  - Given sample of size  $n$  of non-negative numbers,  $p$  solves:  $n p^m = 8$
  - Then  $p_k = 1 - p^k$  and  $q_k = Q_n(p^k)$  the empirical quantiles.

$$T_m(\xi) = n \sum_{k=0}^m p^k \left( cv(q_k) - c_\xi \right)^2$$

where  $c_\xi = \sqrt{1/(1-2\xi)}$ .

Note that the distribution of  $T(\xi)$  is independent of the scale parameter.

# *Transformations of heavy-light tails*

- ★ **Theorem.** Let  $\xi > 0$ ,  $\psi > 0$  and  $\sigma = \psi / \xi$ , then a r.v.  $X$  has  $GPD(\xi, \psi)$  distribution if and only if

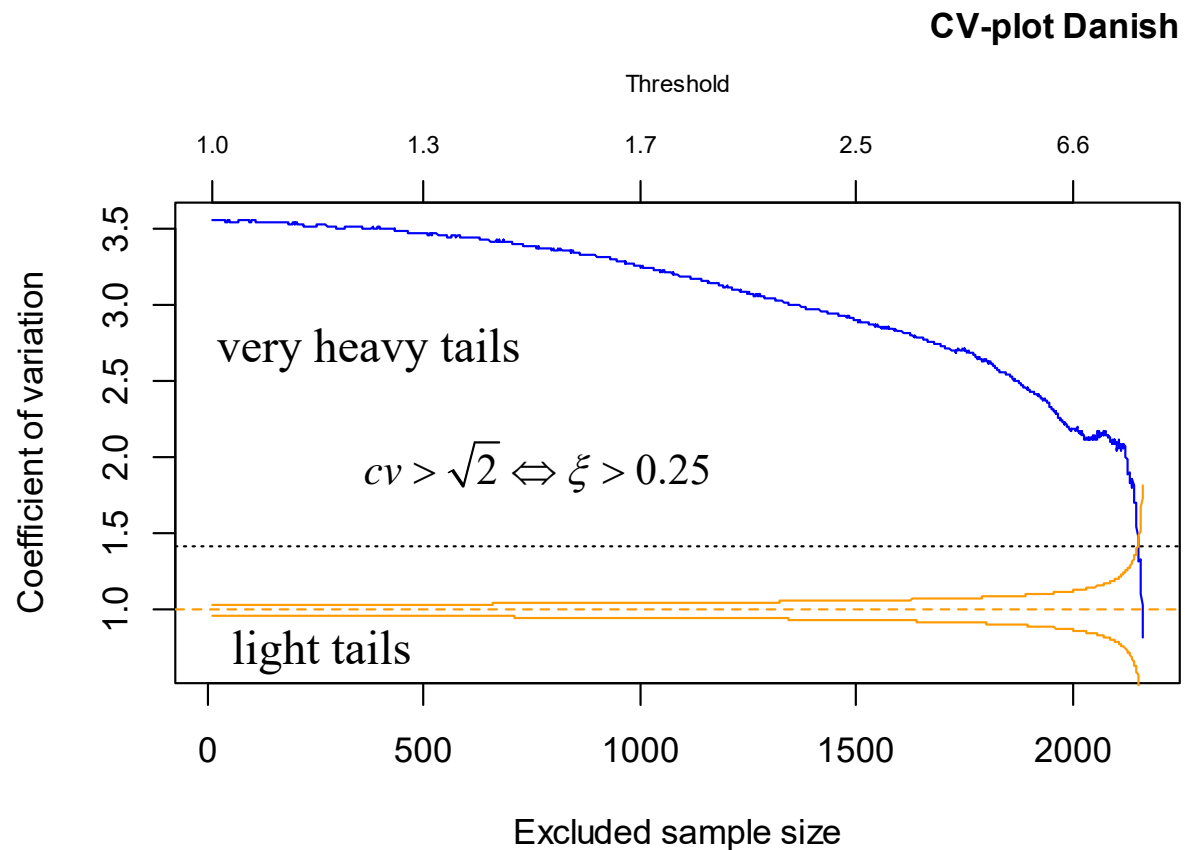
$$Z = -1/(X + \sigma) + 1/\sigma$$

has  $GPD(-\xi, \xi^2 / \psi)$  distribution with support  $(0, \xi / \psi)$ .

- ★ Is it possible to estimate the extreme value index using methods based on moments in situations where the moments are not finite.

# *CV- Danish fire insurance losses*

```
library("ercv")  
data("danish",package="evir")  
cvplot(danish,main="CV-plot Danish")
```



# *Danish fire insurance losses*

- ★ The Danish reinsurance consists of 2,156 reinsurance losses over *one* million Danish kroner from 1980 to 1990 inclusive. The authors agree to assume iid observations and a heavy tailed model.

- ★ The parameter estimates in McNeil *et al.* (2005, Example 7.23, pag. 280) are

$$\hat{\xi} = 0.50 (0.14), \quad \hat{\psi} = 7.0(1.1), \quad \text{over } t = 10 (n_t = 109).$$

- ★ The tail index parameter estimate in Novak (2012, Example 9.8 ) is:

$$\hat{\xi} = 0.71 \quad \Leftrightarrow \quad \hat{\alpha} = 1.41$$

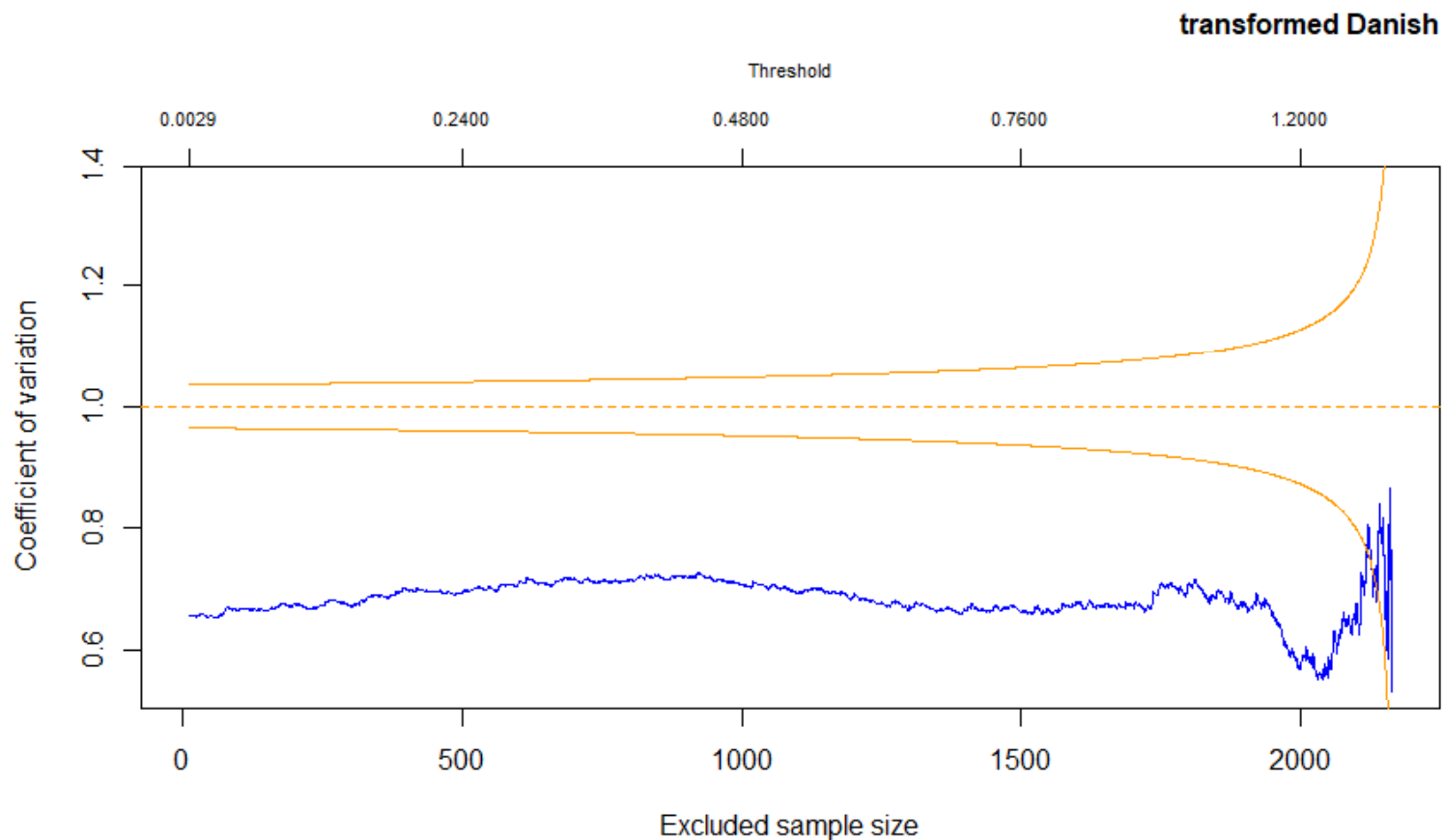
- ★ In both cases the fitted model is a very heavy-tailed, *infinite-variance* model.

- ★ McNeil, A. J., Frey, R. and Embrechts P. (2005). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press.

- ★ Novak, S. (2012). *Extreme Value Methods with Applications to Finance*. Chapman & Hall. Boca Raton.

# *Transform from heavy to light tails*

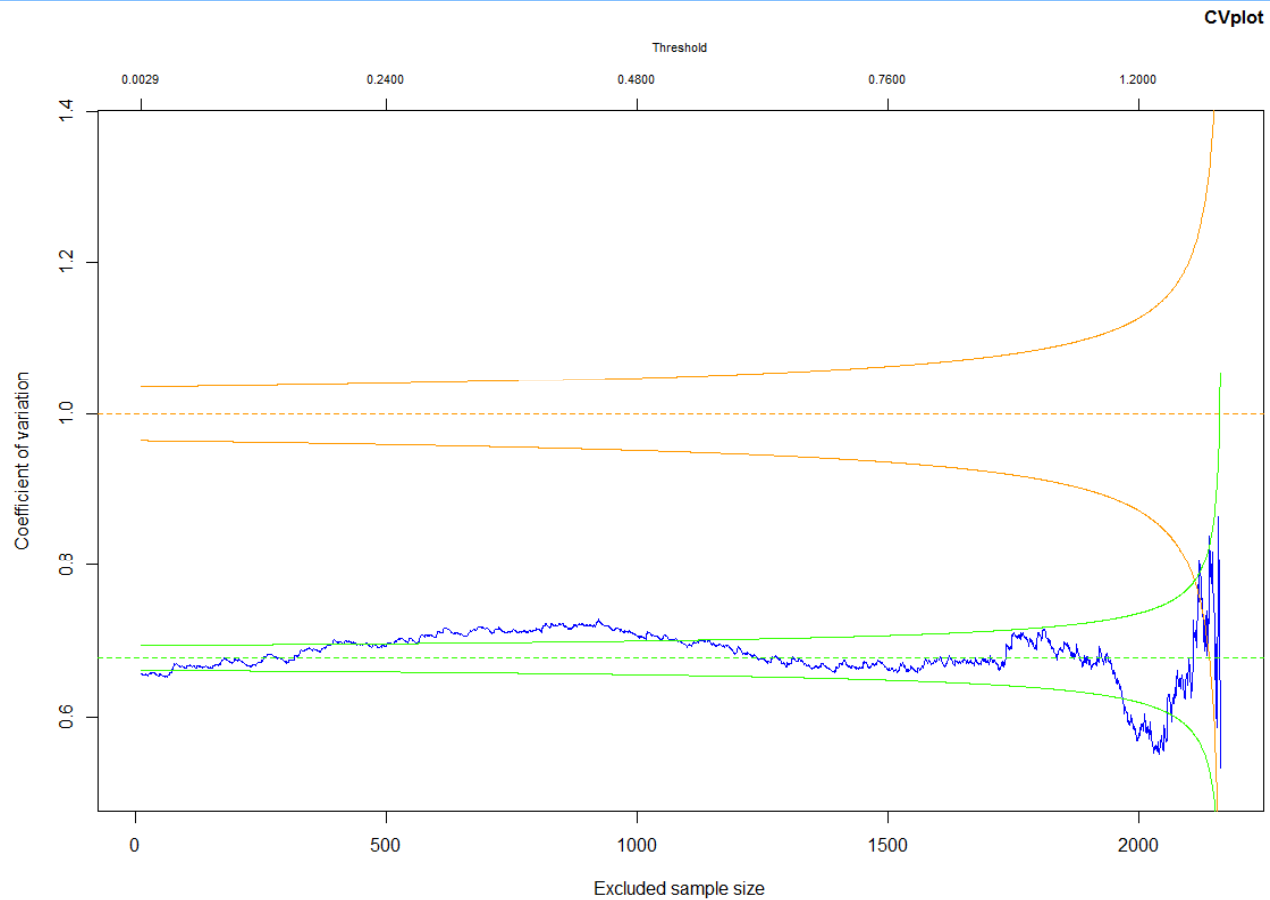
```
tdanish<- tdata(danish)  
cvplot(tdanish, main="transformed Danish")
```



# Multiple threshold test

`Tm(tdanish)`    `nextrem`    `cvopt`    `evi`    `tms`    `pvalue`  
2167            0.676    -0.591    0.644    0

`cvplot(tdanish, evi=c(0,-0.59))`





# Automatic threshold selection

```
thrselect(tdanish, m=30, nsim = 1000)
```

m	nextrem	threshold	rcv	cvopt	evi	tms	pvalue
12	116	1.281	0.589	0.675	-0.598	0.264	0.147

```
fit1<-fitpot(danish, evi=0.598, nextremes =116) # ercv  
fit2<-fitpot(danish, evi=0.71, nextremes =116) #Novak  
fit3<-fitpot(danish, evi=0.50, nextremes =116) #McNeil (n = 109)
```

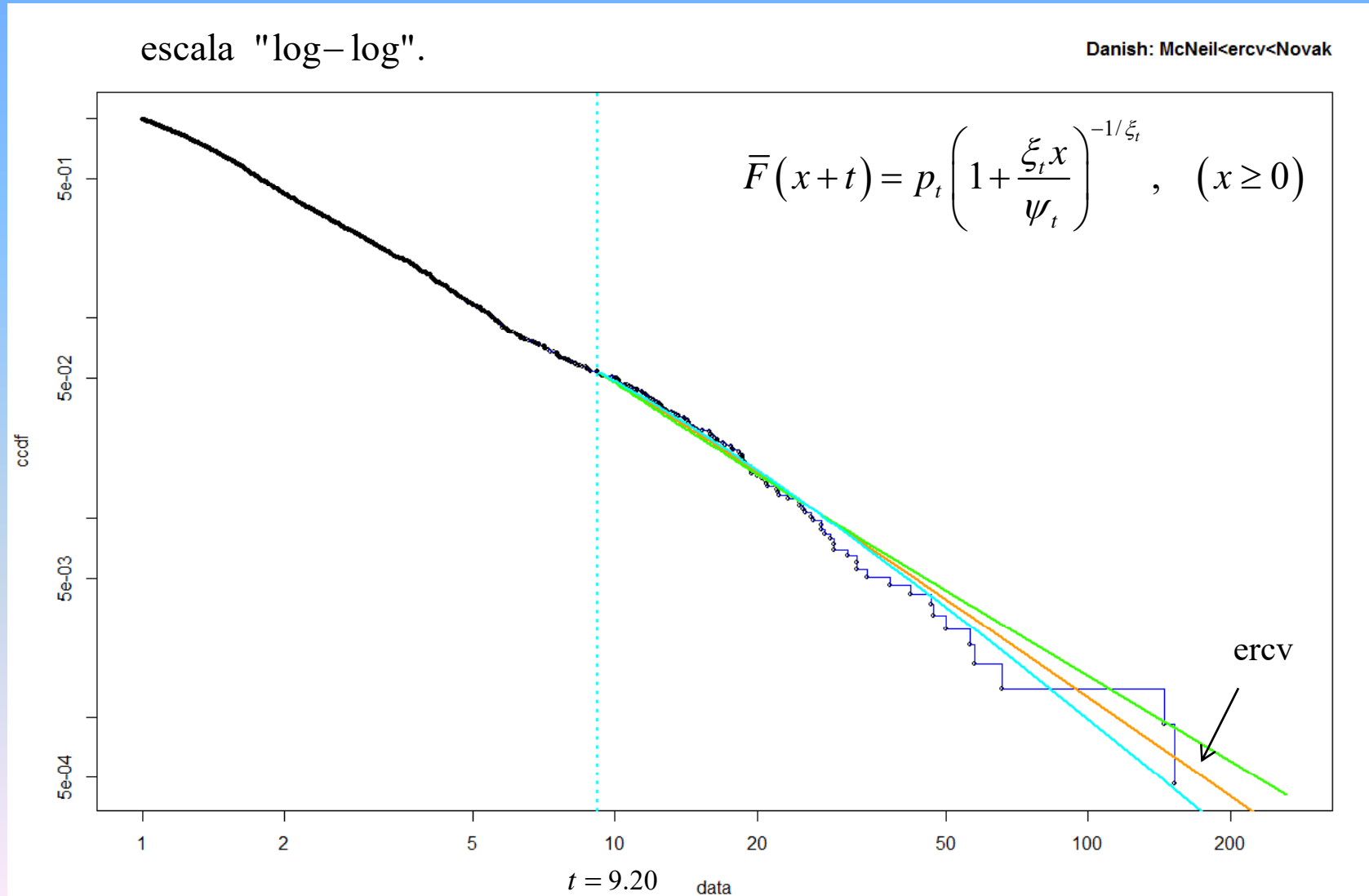
evi	psi	threshold	prob
0.598	6.455	9.20	0.0535
0.710	5.828	9.20	0.0535
0.500	7.077	9.20	0.0535

```
cievi(116, evi=-0.60 , nsim = 1000)
```

	5%	95%
	-0.723	-0.439

# Dibuix de la funció de supervivència

```
ccdfplot(danish,pars=c(fit1,fit2,fit3), log="xy", main="Danish: McNeil<ercv<Novak")
```



# References

- ★ Castillo, Moriña & Serra (2017). Fitting Tails by the Empirical Residual. R package *ercv*.
- ★ Castillo, Daoudi & Serra (2017). The Full tails gamma distribution *ASTIN Bulletin*. 47(3), 895-917.
- ★ Castillo & Padilla (2016). Modeling Extreme Values by the Residual Coefficient of Variation. *Statistics and Operations Research Transactions*, 40, 303-320.
- ★ Castillo & Serra (2015). Likelihood inference for Generalized Pareto Distribution. *Computational Statistics and Data Analysis*. 83, 116 - 128.
- ★ Castillo, Daoudi & Lockhart (2014). Methods to Distinguish Between Polynomial and Exponential Tails. *Scandinavian Journal of Statistics*, 41, 382-393.
- ★ Castillo, & Daoudi (2009). Estimation of the generalized Pareto distribution. *Statistics & Probability Letters*, 79 (5), 684–688.